

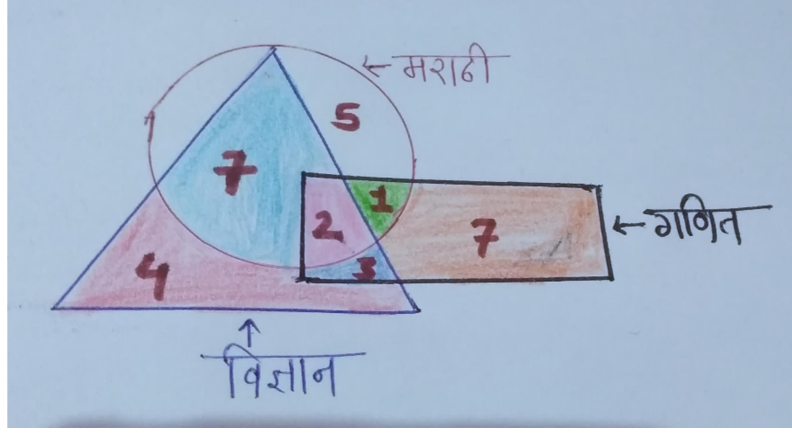
3) गणित आणि मराठी हे दोन्ही विषय आवडणारी एकूण मुले किती?

- a) 5
- b) 2
- c) 3
- d) 1

उत्तर: d) 1

स्पष्टीकरण:

- खालील आकृती मध्ये हिरव्या रंगाने रंगवलेला भाग हा गणित आणि मराठी हे दोन्ही विषय आवडणारी एकूण मुले दर्शवतो.
- म्हणून हे दोन्ही विषय आवडणारी एकूण मुले 1 आहेत.



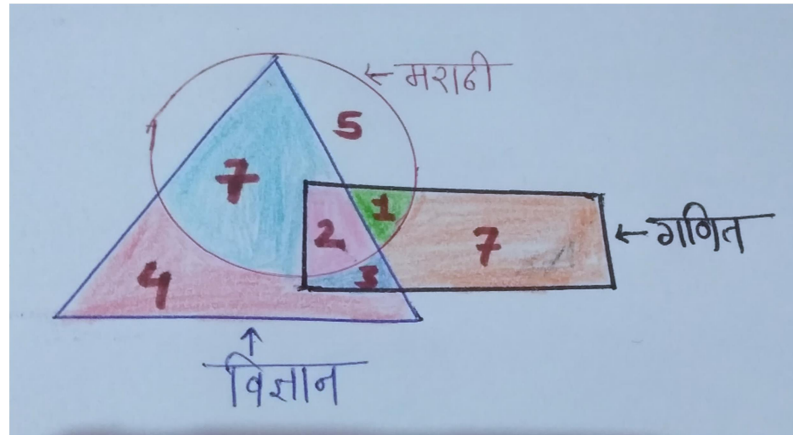
4) विज्ञान आणि मराठी हे दोन्ही विषय आवडणारी एकूण मुले किती?

- 2
- 1
- 7
- 3

उत्तर: c) 7

स्पष्टीकरण:

- खालील आकृती मध्ये आकाशी रंगाने रंगवलेला भाग विज्ञान आणि मराठी हे दोन्ही विषय आवडणारी एकूण मुले दर्शवतो.
- म्हणून, हे दोन्ही विषय आवडणारी एकूण मुले 7 आहेत.



5) फक्त विज्ञान आणि गणित विषय आवडणारी एकूण मुले अनुक्रमे किती?

a) 7, 4

b) 4, 7

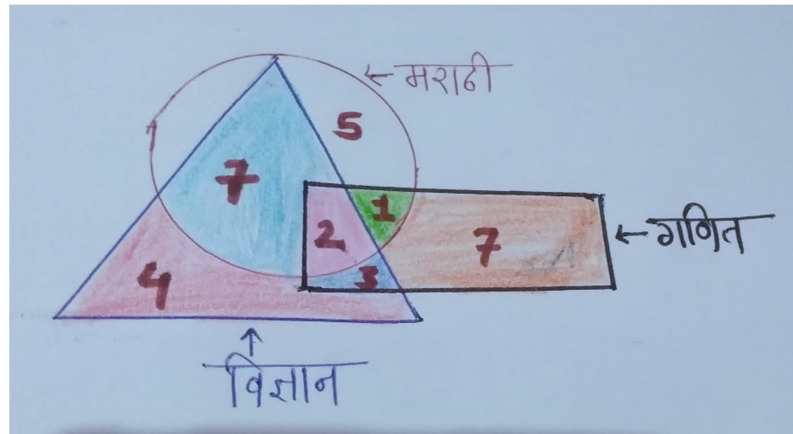
c) 5, 7

d) 7, 5

उत्तर: b) 4, 7

स्पष्टीकरण:

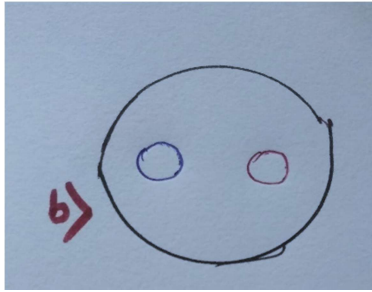
- फक्त विज्ञान आवडणारी मुले लाल रंगाने रंगवलेला भाग दाखवतो आणि ती एकूण 4 आहेत.
- फक्त गणित विषय आवडणारी एकूण मुले केशरी रंगाने रंगवलेला भाग दाखवतो आणि ती एकूण 7 आहेत.



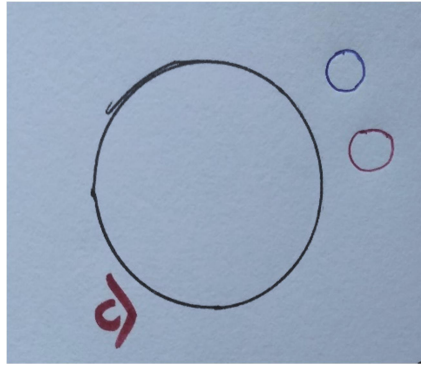
3.) खाली तीन घटक एकत्र दिले असून त्यांचा एकमेकांशी संबंध दाखवणारी खालील पैकी एक आकृती निवडा.



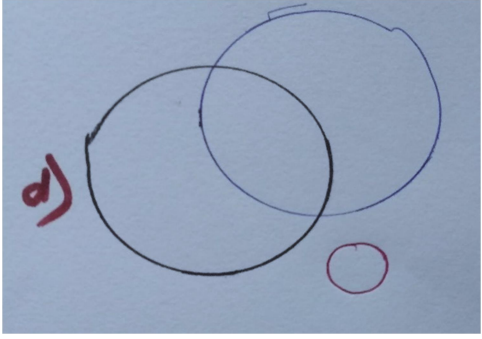
a)



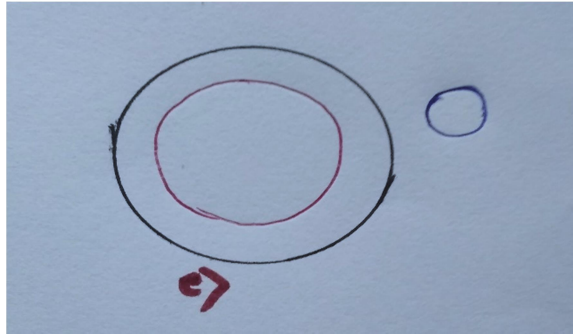
b)



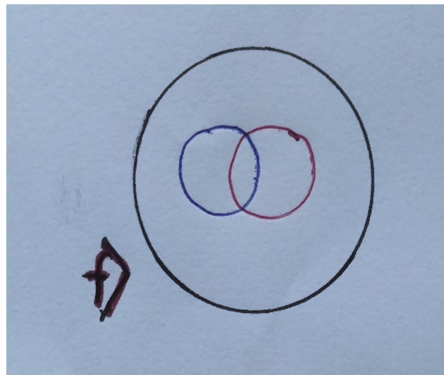
c)



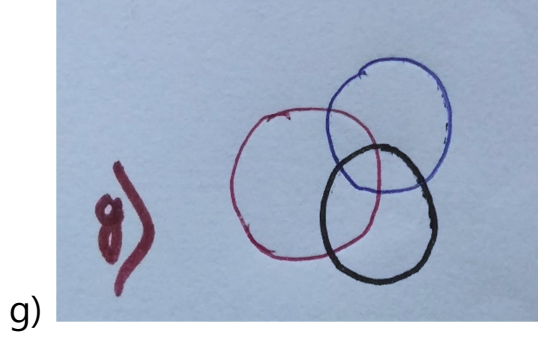
d)



e)



f)

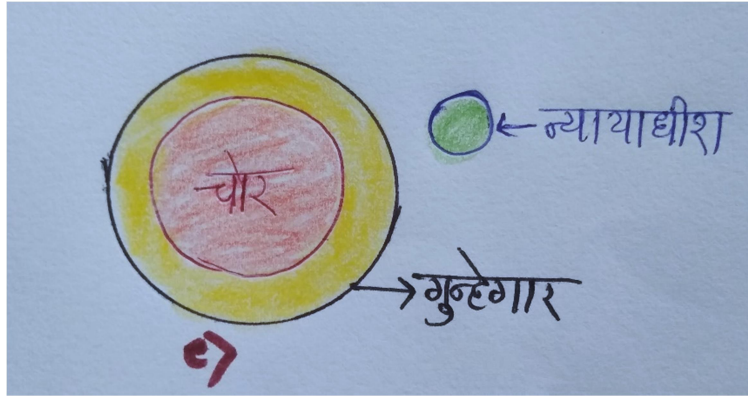


1) न्यायाधिष, चोर, गुन्हेगार

उत्तर: पर्याय e)

स्पष्टीकरण:

कारण न्यायाधिष हा एक स्वतंत्र भाग आहे. तर सगळेच चोर हे गुन्हेगार असतील. आणि काही गुन्हेगार वेगळे गुन्हे करून येऊ शकतात. म्हणून योग्य संबंध दाखवणारी आकृती पर्याय e) असेल.

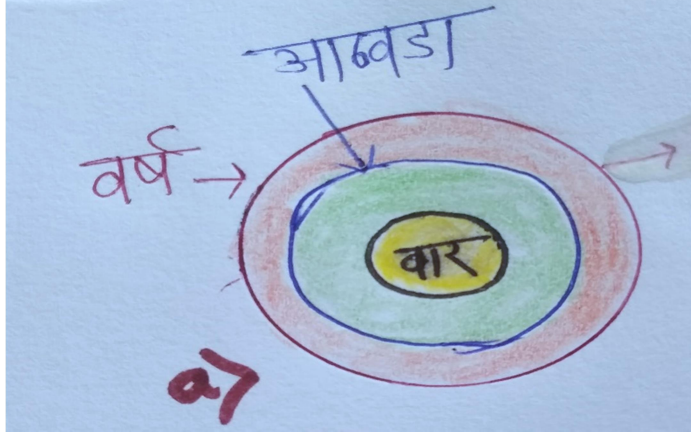


2) आठवडा, वार, वर्ष

उत्तर: पर्याय a)

स्पष्टीकरण:

कारण वर्षा मध्ये आठवडे असतात आणि आठवड्या मध्ये वार असतात. म्हणून योग्य संबंध दाखवणारी आकृती पर्याय a) असेल.

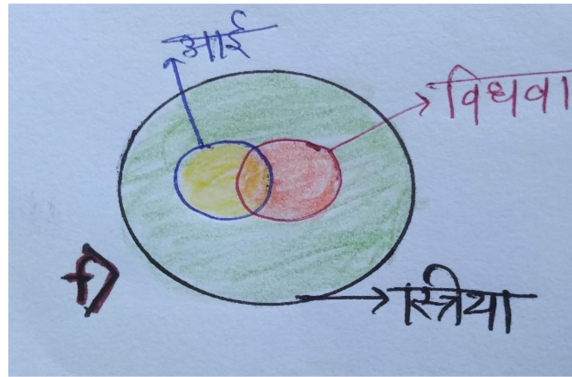


3) आई, विधवा, स्त्रिया

उत्तर: पर्याय f)

स्पष्टीकरण:

आई आणि विधवा या दोन्ही स्त्री गटा मध्ये मोडतात. आणि काही आई या विधवा असू शकतात किंवा काही विधवा या आई असू शकतात. म्हणून योग्य संबंध दाखवणारी आकृती पर्याय f) असेल.

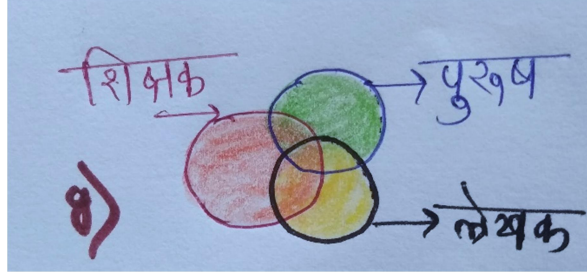


4) लेखक, पुरुष, शिक्षक

उत्तर: पर्याय g)

स्पष्टीकरण:

- कारण लेखक हे पुरुष असतील तर काही लेखक शिक्षक सुद्धा असतील.
- काही शिक्षक पुरुष असतील तर काही शिक्षक लेखक सुद्धा असतील.
- म्हणजेच काही पुरुष शिक्षक आणि लेखक दोन्ही असू शकतील.
- म्हणून योग्य संबंध दाखवणारी आकृती पर्याय g)

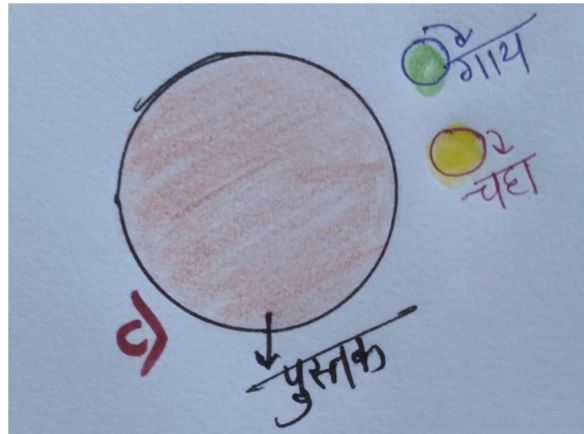


5) पुस्तक, चहा, गाय

उत्तर: पर्याय c)

स्पष्टीकरण :

कारण पुस्तक, चहा आणि गाय या तिंहिमधे कोणताही संबंध आढळून येत नाही. म्हणून योग्य संबंध दाखवणारी आकृती पर्याय c) असेल.

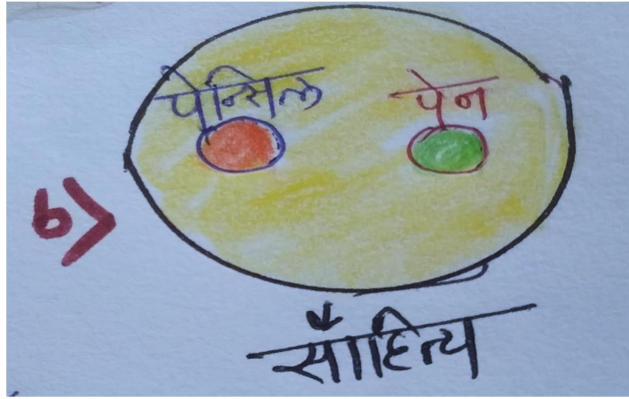


6) साहित्य, पेन, पेन्सिल

उत्तर: पर्याय b)

स्पष्टीकरण:

कारण पेन आणि पेन्सिल हे स्वतंत्र असून ते साहित्य आहेत. म्हणून योग्य संबंध दाखवणारी आकृती पर्याय b) असेल.

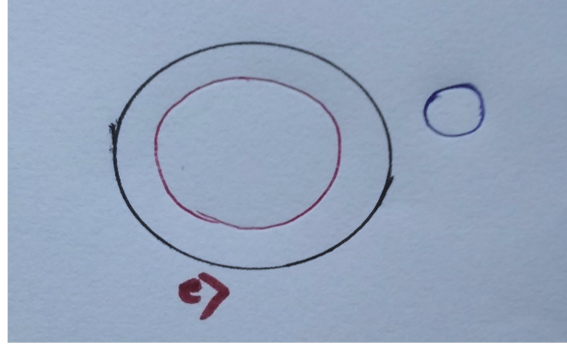


7) कबुतर, पक्षी, बैल

उत्तर: पर्याय e)

स्पष्टीकरण:

कारण कबुतर हा पक्षी आहे आणि बैल हा स्वतंत्र आहे इथे. म्हणून योग्य संबंध दाखवणारी आकृती पर्याय e) असेल.



16.) रांगेतील स्थान:

या घटका मधे आपण दिलेल्या शाब्दिक उदाहरणातून जी माहिती दिली आहे त्याचा विचार करून एक कच्ची आकृती काढून त्यावरून विचारलेल्या प्रश्नांची उत्तरे देणार आहोत. मुख्यत अशा प्रश्नांमध्ये एखाद्या व्यक्तीचे डावीकडून किंवा उजवीकडून किंवा समोरून किंवा मागून असे स्थान विचारले जाते. तर काही वेळेस त्या रांगेत एकूण किती मुले असतील हे काढायला सांगितले जाते. तसेच काही वेळेस एकूण संख्या दिली जाते व त्यावरून आपणास योग्य ती मांडणी करावी लागते.

त्यासाठी आपण खाली दिलेली काही उदाहरणे अभ्यासू.

शाब्दिक उदाहरणे:

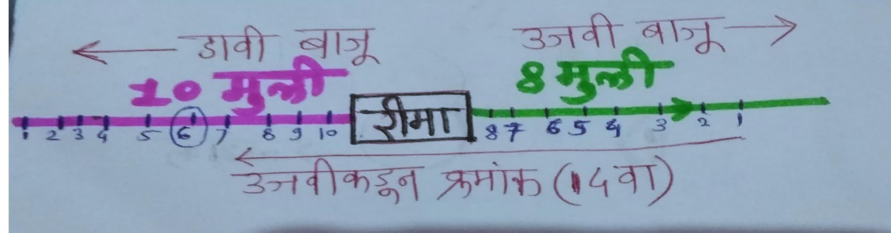
1.) मुलींच्या रांगेत रीमाच्या उजवीकडे 8 मुली आणि डावीकडे 10 मुली आहेत. तर डावीकडून 6 व्या मुलीचा उजवीकडून काय क्रमांक येईल?

- a) 13
- b) 14
- c) 12
- d) 16

उत्तर: b) 14

स्पष्टीकरण:

- आपणास दिले आहे की, रिमाच्या उजवीकडे 8 मुली आहेत म्हणजेच रीमा उजवीकडून 9व्या क्रमांक वर आहे.
- आणि रीमच्या डावीकडे 10 मुली आहेत. म्हणजेच रीमा डावीकडून 11व्या क्रमांक वर आहे.
- म्हणजेच रांगेत एकूण 19 मुली आहेत असे सिद्ध होते.
- म्हणून खालील आकृती वरून आपण असे सांगू शकतो की डावीकडून 6व्या क्रमांक वर असणारी मुलगी उजवीकडून 14 व्या क्रमांक वर नक्कीच असेल.



2.) 30 मुलींच्या रांगेमध्ये गीता ही सीताच्या पुढे 5 व्या क्रमांक वर आहे. जर सीता चा मागून 15 वा क्रमांक येतोय तर समोरून गीता कितव्या क्रमांक वर असेल?

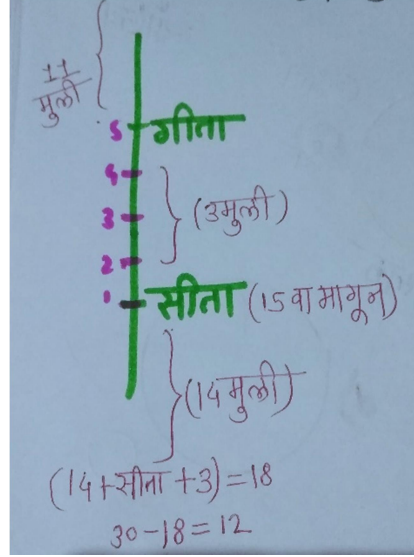
- a) 13
- b) 15
- c) 12
- d) 11

उत्तर: c) 12

स्पष्टीकरण:

- इथे दिले आहे की, रांगेत एकूण 30 मुली आहेत.
- गीता ही सीताच्या समोर 5 क्रमांक वर आहे आणि सीता मागून 15 वा क्रमांक वर आहे.
- म्हणजेच गीता आणि सीता यांच्यामध्ये 3 मुली असतील.

- म्हणून खालील आकृती वरून आपण असे सांगू शकतो की गीता ही समोरून 12 व्या क्रमांक वर आहे.



3.) एका मुलांच्या रांगेमध्ये राजेश डावीकडून 5 व्या आणि उजवीकडून 6 व्या क्रमांक वर आहे. जर रांगेत एकूण 13 मुळे बसवायची असतील तर अजून किती मुले बसवता येतील?

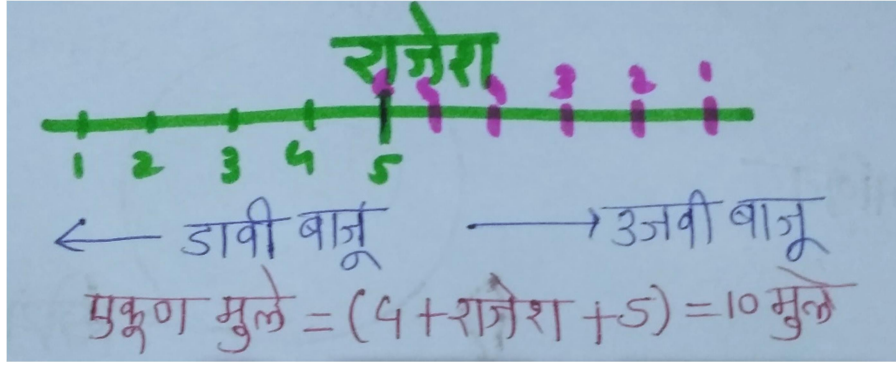
- 2
- 5
- 3
- 4

उत्तर: c) 3

स्पष्टीकरण:

- इथे असे दिले आहे की, राजेश डावीकडून 5 व्या आणि उजवीकडून 6 व्या क्रमांक वर आहे.

- याचा अर्थ राजेश समोर 4 मुले आणि त्याच्या मागे 5 मुले आहेत आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे.
- म्हणजे रांगेत एकूण $(4+5+राजेश) = 10$ मुले आहेत.
- जर आपणास 13 मुले बसवायची असतील तर अजून 3 मुले बसवता येतील.



4.) जर 225 मुलांना रांगेत असे उभे करायचे आहे की रांगांची संख्या आणि एका रांगेतील मुले यांची संख्या सारखी असायला हवी. तर अशा किती रांगा होतील.

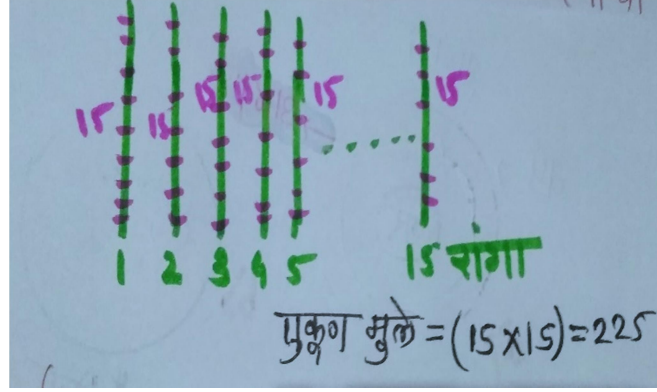
- 13
- 12
- 14
- 15

उत्तर: d) 15

स्पष्टीकरण:

इथे एकूण 225 मुले आहेत आणि आपणास माहिती आहे की 225 हा 15 चा वर्ग आहे.

त्यावरून आणि खालील आकृती वरून असे सांगू शकतो की जर एका रांगेत 15 मुले अशा 15 रांगा केल्या तर बरोबर 225 मुले बसतील.



5.) विद्यार्थ्यांच्या एका रांगेत गणेश समोरून 10 वा आहे आणि महेश मागून 12 वा आहे. तसेच गणेश हा महेशच्या समोर उभा असून त्या दोघांमध्ये 4 मुले उभी आहेत. तर त्या रांगेत एकूण किती मुले उभी आहेत?

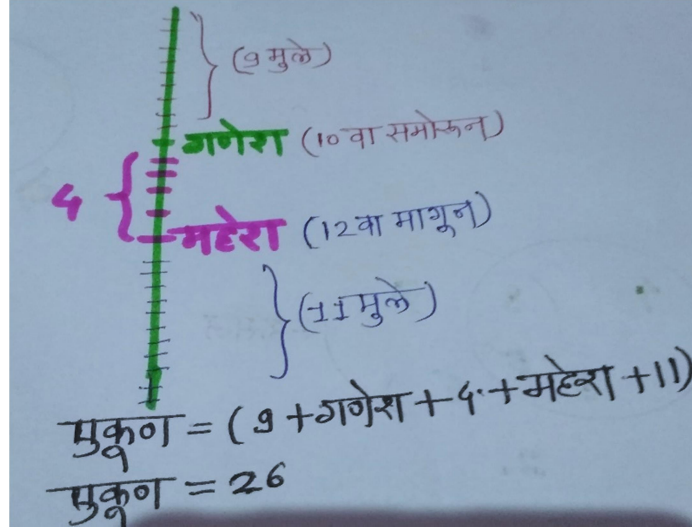
- a) 24
- b) 25
- c) 26
- d) 27

उत्तर: c) 26

स्पष्टीकरण:

- इथे दिले आहे की, गणेश समोरून 10 वा आहे याचा अर्थ त्याच्यासमोर अजून 9 मुले उभी आहेत.
- आणि महेश मागून 12 वा आहे याचा अर्थ महेशच्या मागे अजून 11 मुले उभी आहेत.
- तसेच महेश आणि गणेश यांच्यामध्ये 4 मुले उभी आहेत.
- म्हणून आकृती वरून आपण एकूण मुले खालील प्रमाणे काढू शकतो.

- एकूण मुले = (9 + गणेश + 4 + महेश + 11) = 26 मुले

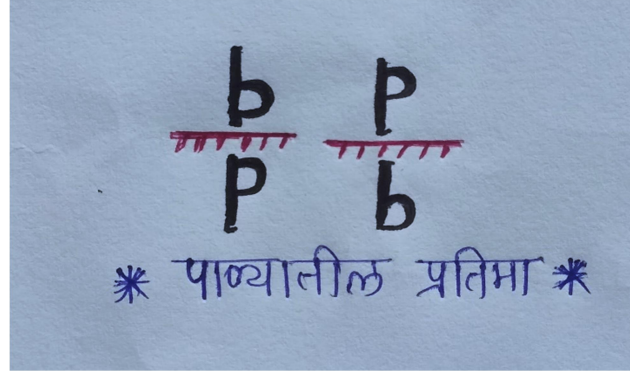


17.) पाण्यातील प्रतिबिंब:

- जेव्हा आपण एखादी वस्तूची प्रतिमा पाण्यात पाहतो तेव्हा त्या प्रतीमेलाच त्या वस्तूचे पाण्यातील प्रतिबिंब असे म्हणतात.
- एखाद्या वस्तूचे पाण्यातील प्रतिबिंब पाहताना तिची वरची बाजू खाली दिसते तर खालची बाजू वर दिसते.
- परंतु डावी बाजू डाव्या बाजूला च तर उजवी बाजू उजव्या बाजूस च असते.

उदाहरणार्थ:

- खाली दिलेल्या आकृती मधे b या अक्षराची पाण्यातील प्रतिमा p आहे. आणि p या अक्षराची पाण्यातील प्रतिमा b आहे.
- यावरून असे दिसून येते की फक्त खालचा भाग वर होतो आणि वरचा भाग खाली. बाकी बाजू तशाच राहतात.



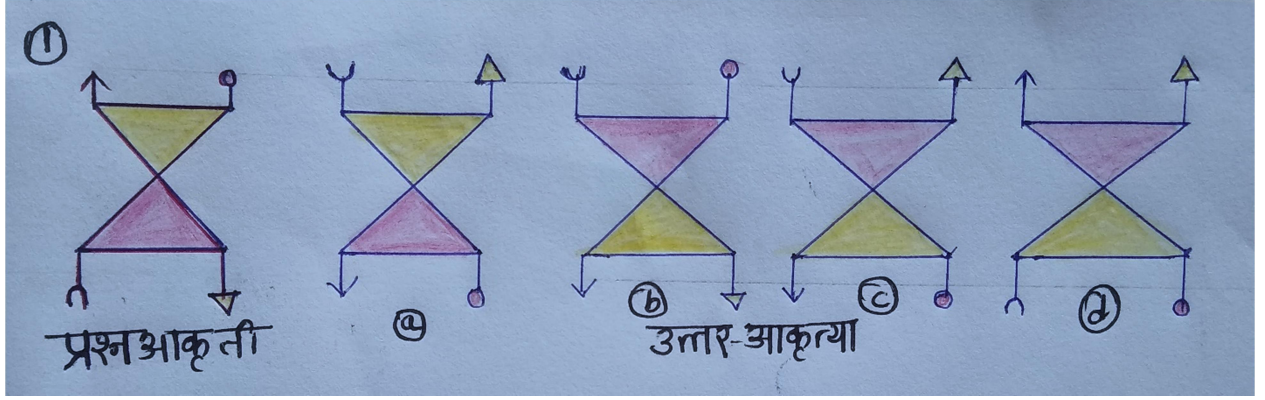
- काही इंग्रजी मधील अक्षरे बघितली असता त्यांच्या पाण्यातील प्रतिमा मुळ अक्षरे जशी आहेत तशाच दिसतात.
उदाहरणार्थ: B, C, D, E, H, I, O, X.
- काही अंकांच्या पाण्यातील प्रतिमा सुद्धा मूळ अंकांसारख्या दिसतात.
उदाहरणार्थ: 0, 3, 8.
- काही अक्षरे आणि अंक असे आहेत की ज्यांच्या पाण्यातील आणि आरशातील प्रतिमा या मूळ अक्षरे आणि अंक यांसारख्याच असतात.
उदाहरणार्थ: H, I, O, X, 0, 8.

आता आपण खालील उदाहरणे पाहू आणि त्यावरून दिलेल्या आकृतीच्या पाण्यातील प्रतिमा शोधू.

उदाहरणे:

खालील प्रत्येक प्रश्नांमध्ये दिलेल्या प्रश्न आकृतीची पाण्यातील योग्य प्रतिमा ओळखा.

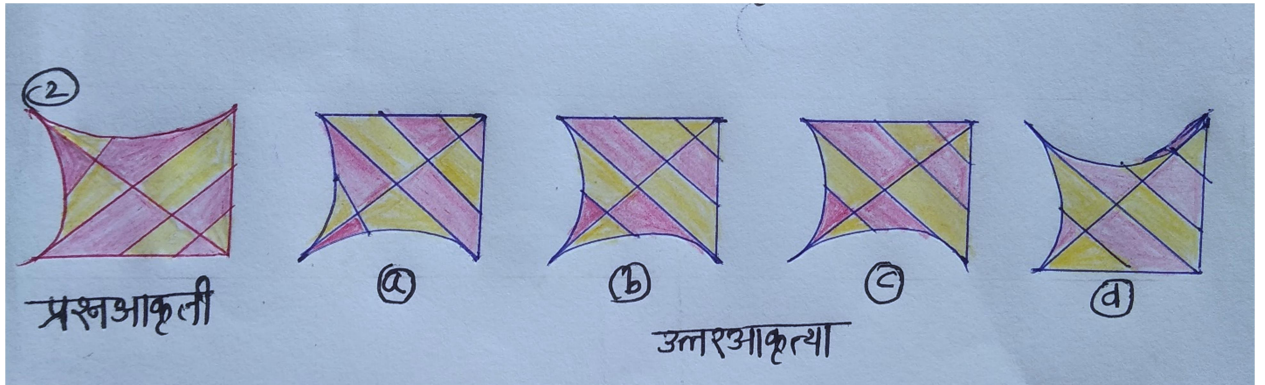
1)



उत्तर: पर्याय c)

स्पष्टीकरण: कारण, खालचा भाग वर जाऊन वरचा भाग खाली येईल. आणि डावी व उजवी बाजू तशीच असे. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय c)

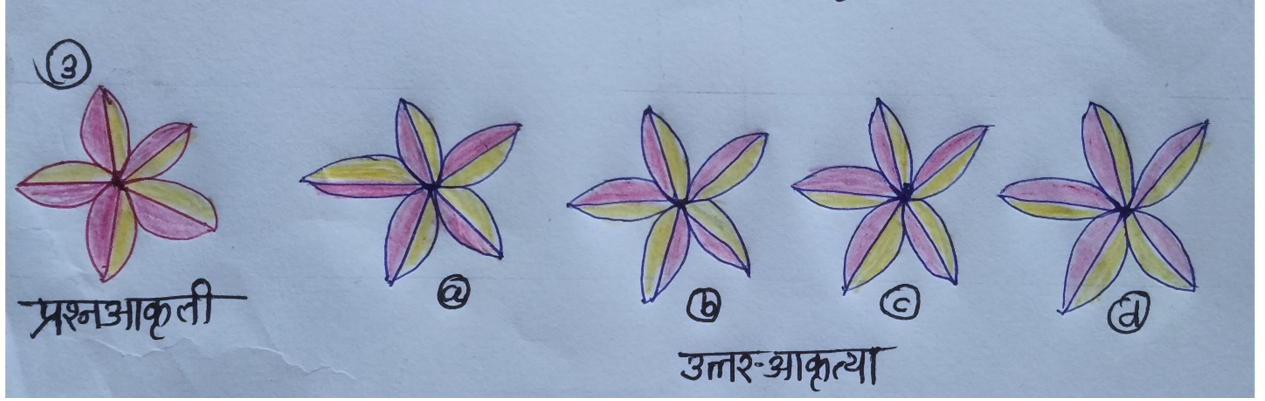
2)



उत्तर: पर्याय c)

स्पष्टीकरण: कारण, वरचा भाग खाली येईल आणि खालचा भाग वर जाईल. बाकी डावी व उजवी बाजू तशीच असेल. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय c).

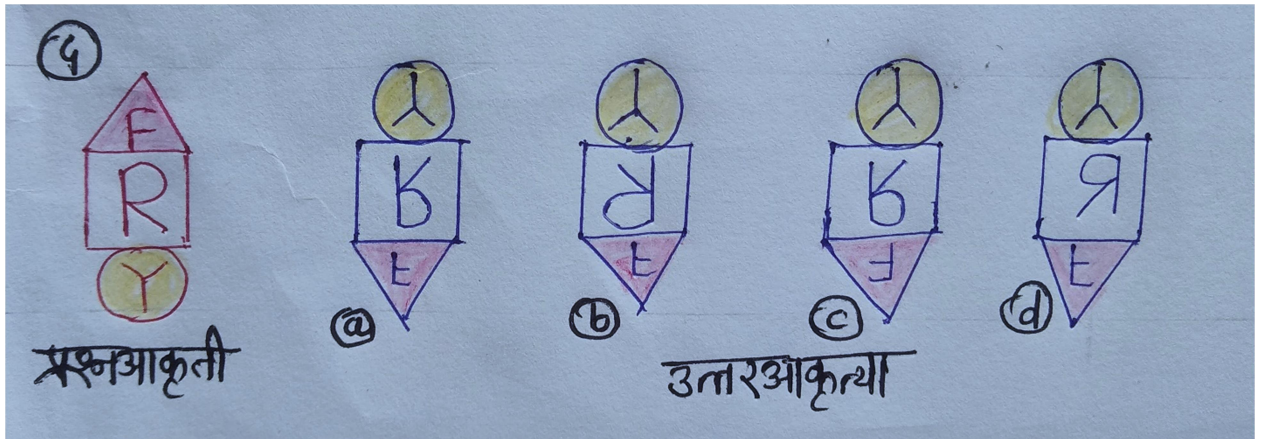
3)



उत्तर: पर्याय c)

स्पष्टीकरण: इथे वरचा भाग खाली केला आणि खालचा भाग वर केल्यावर आपणास तीच मूळ प्रतिमा दिसेल. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय c).

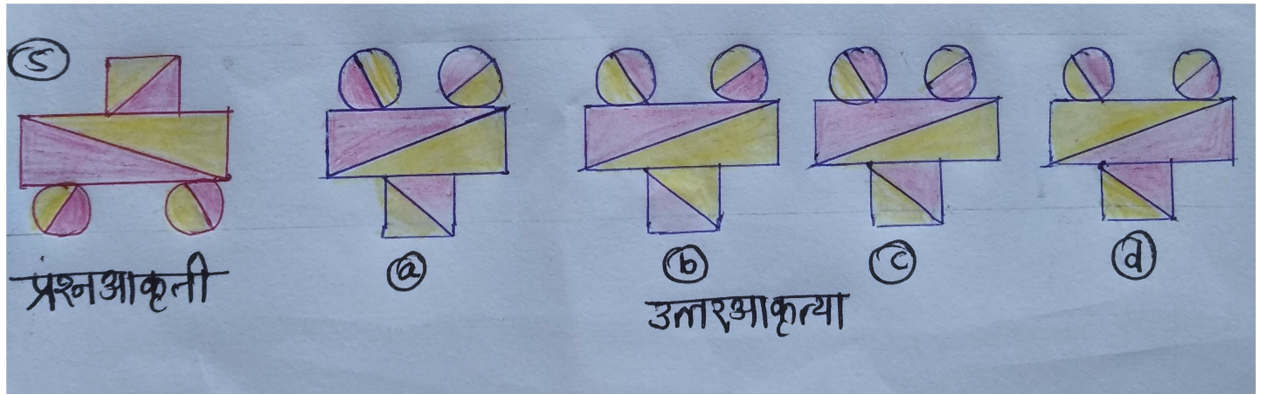
4)



उत्तर: पर्याय (a)

स्पष्टीकरण: कारण, वरचा भाग खाली केला आणि खालचा भाग वर गेला तर आकृती पर्याय (a) मध्ये आहे तशी असेल. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय (a) आहे.

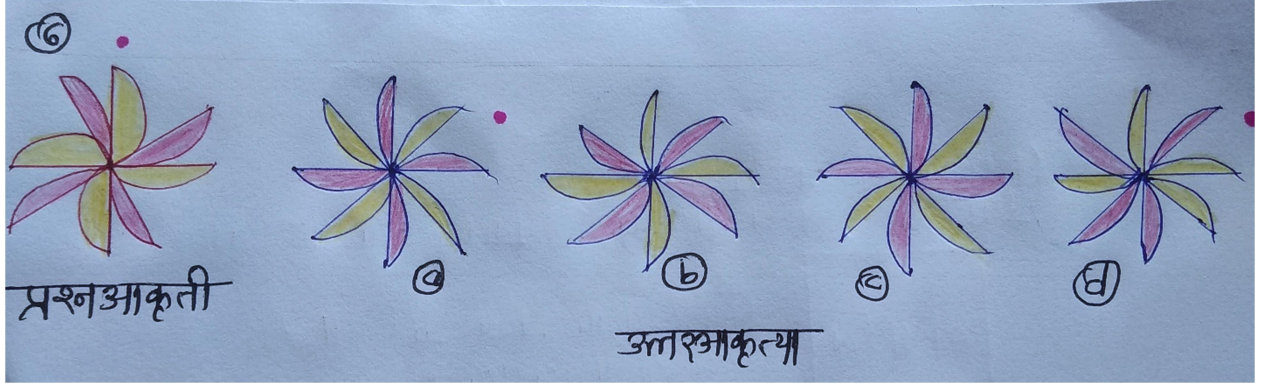
5)



उत्तर: पर्याय c)

स्पष्टीकरण: कारण, इथे वरचा भाग खाली केला आणि खालचा भाग वर केला तर आपणास पर्याय c) मधील आकृती मिळेल. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय c) असेल.

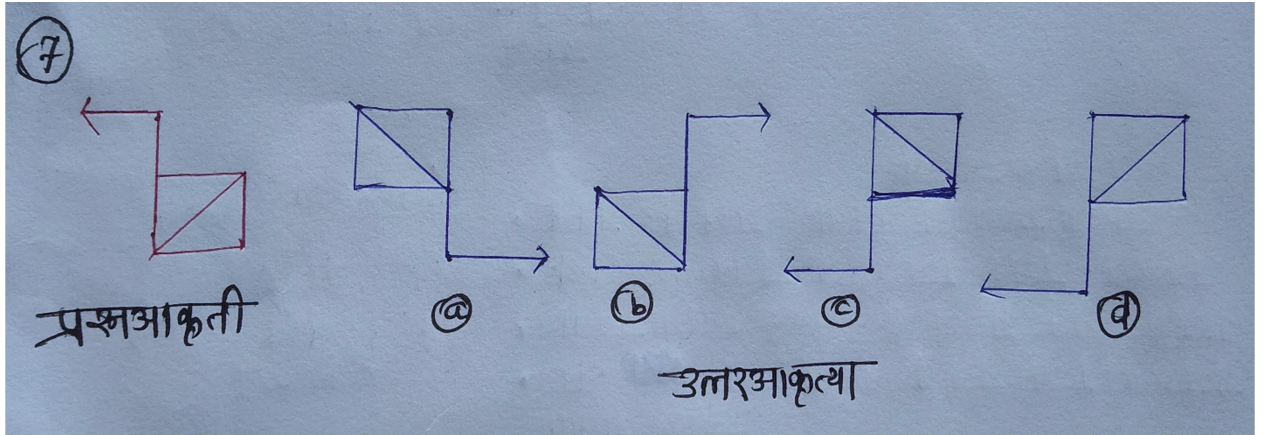
6)



उत्तर: पर्याय (b)

स्पष्टीकरण: कारण, जर इथे वरचा भाग खाली केला आणि खालचा भाग वर केला तर आपणास आकृती (b) मिळेल. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय (b) असेल.

7)



उत्तर: पर्याय (c)

स्पष्टीकरण: कारण, इथे जर आपण खालचा भाग वर केला आणि वरचा भाग खाली केला तर योग्य उत्तर पर्याय (c) मिळेल.

18.) आरशातील प्रतिमा:

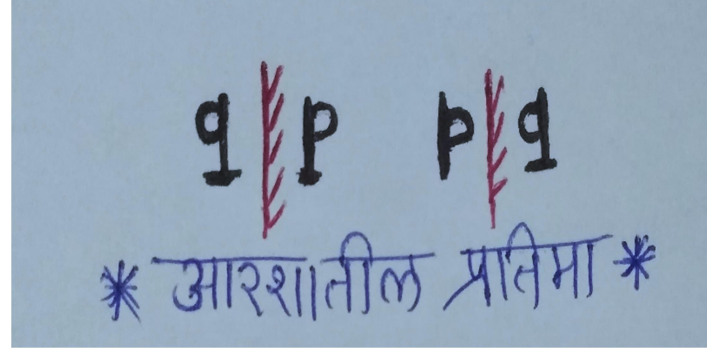
- जेव्हा एखादी वस्तू आपण आरशा समोर धरतो तेव्हा त्या वस्तूची प्रतिमा त्यात आपणास दिसते. त्या प्रतिमेला च त्या वस्तूची आरशा तील प्रतिमा म्हणतात.
- आरशात प्रतिमा बघितली असता आपणास डावी बाजू उजवीकडे तर उजवी बाजू डावीकडे पाहायला मिळते. पण वरचा भाग आणि खालचा भाग तसाच राहतो.
- उदाहरणार्थ, आपण आरशात पाहताना उजवा हात वर केला तर तो आपणास आरशात डावा हात दिसणार. पण डोके आणि पाय आहेत त्या दिशेला च असतील.

- काही इंग्रजी अक्षरे आरशात बघितली असता त्यांची प्रतिमा ही मूळ अक्षरे यांसारखी च दिसेल.

उदाहरणार्थ: A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y.

- तसेच काही अंकांची आरशात तयार झालेली प्रतिमा ही मूळ अंकासारखीच असते.
- उदाहरणार्थ:** 0, 8.

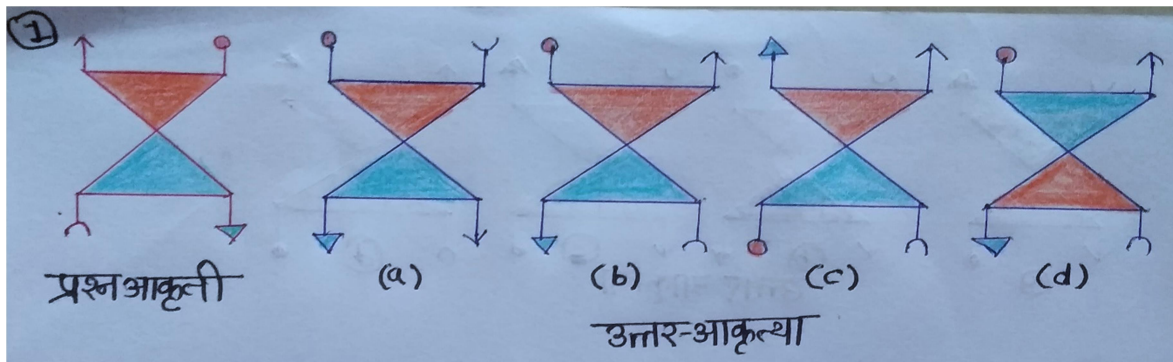
- खालील आकृती मध्ये आपणास, q हे अक्षर आरशात बघितले तर ते p असे दिसेल. आणि तेच p अक्षर आरशात बघितले तर q असे दिसेल.



उदाहरणे:

खालील प्रश्न मध्ये दिलेल्या प्रश्न आकृतीची आरशातील प्रतिमा ओळखून योग्य तो पर्याय निवडा.

1)

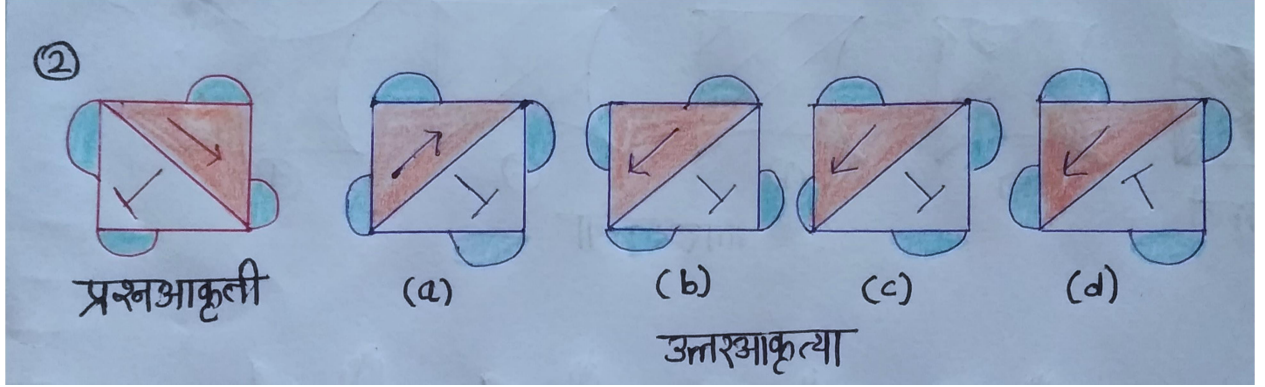


उत्तर: पर्याय (b)

स्पष्टीकरण:

इथे आपण दिलेली आकृती आरशात बघितली असता डावी बाजू उजवीकडे तर उजवी बाजू डावीकडे जाईल. आणि बाकी भाग तसाच असेल. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय (b) असेल.

2)

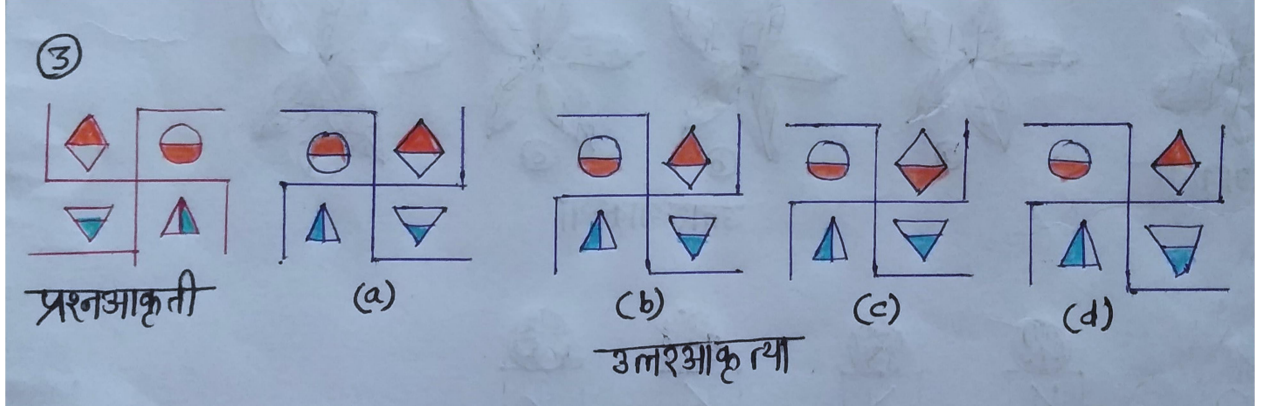


उत्तर: पर्याय c)

स्पष्टीकरण:

इथे जर आपण दिलेली आकृती आरशात बघितली तर आपणास असे दिसून येते की त्याची आरशात प्रतिमा ही आकृती c) मध्ये दिसेल. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय c) असेल.

3)

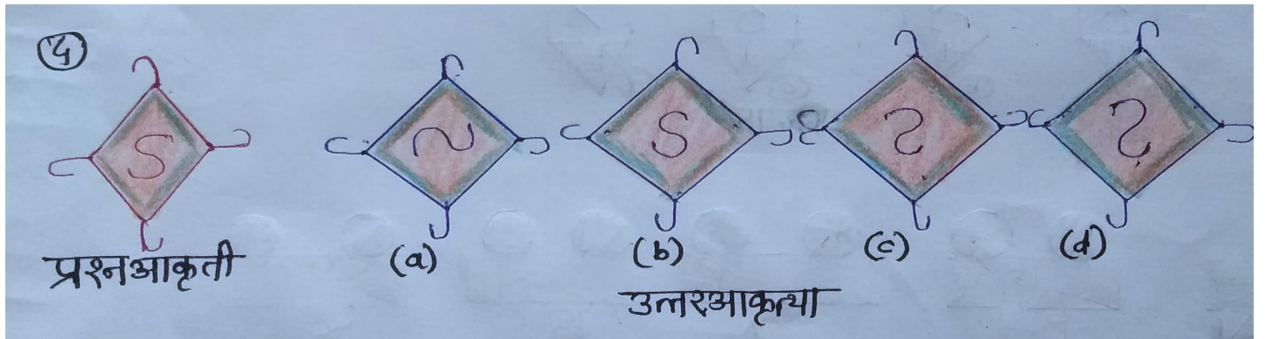


उत्तर: पर्याय (d)

स्पष्टीकरण:

इथे दिलेल्या आकृती ची आरशातील प्रतिमा बघितली तर ती पर्याय (d) सारखी दिसेल. कारण डावी बाजू उजवीकडे तर उजवी बाजू डावीकडे दिसेल. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय (d) असेल.

4)

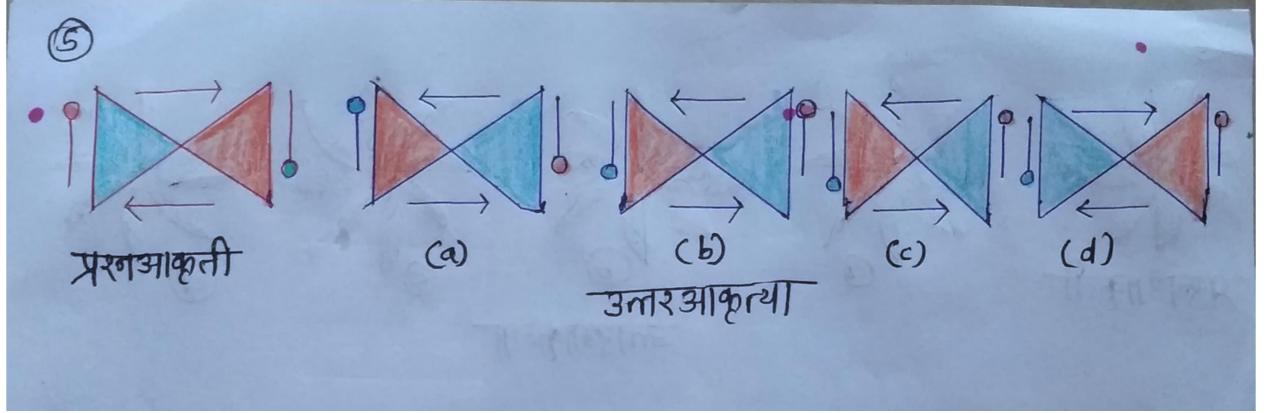


उत्तर: पर्याय (d)

स्पष्टीकरण:

इथे दिलेल्या आकृती ची आरशात प्रतिमा बघितली असता ती पर्याय (d) सारखी दिसेल कारण यात मूळ आकृतीची डावी बाजू उजवीकडे तर उजवी बाजू डावीकडे दिसत आहे आणि बाकीचा भाग तसाच आहे. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय (d) असेल.

5)

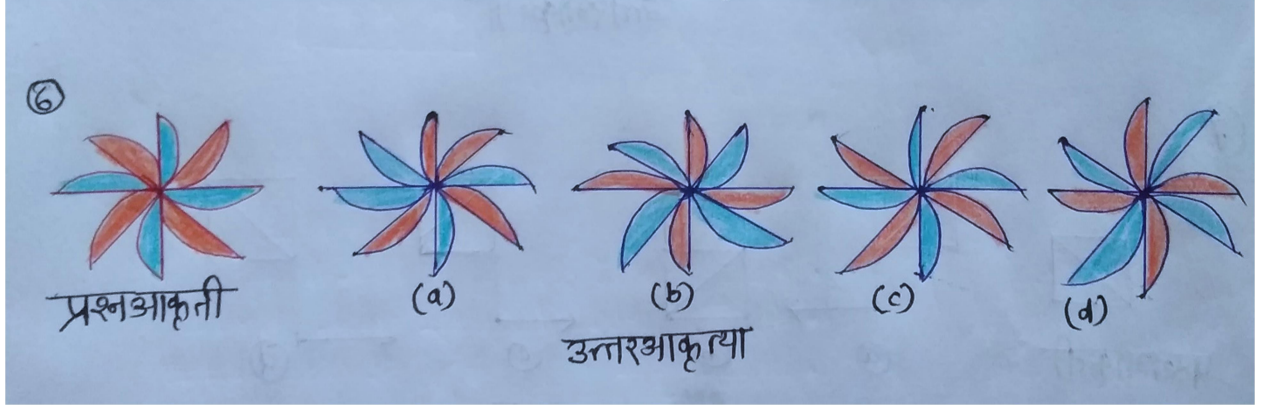


उत्तर: पर्याय (b)

स्पष्टीकरण:

दिलेल्या आकृतीची आरशात प्रतिमा बघितली असता ती पर्याय (b) सारखी दिसेल. कारण यात डावी बाजू उजवीकडे तर उजवी बाजू डावीकडे जाईल आणि बाकीचा भाग तसाच राहतो. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय (b) असेल.

6)



उत्तर: पर्याय c)

स्पष्टीकरण:

दिलेल्या आकृतीची आरशात प्रतिमा बघितली असता ती पर्याय c) सारखी दिसेल कारण यात डावी बाजू उजवीकडे तर उजवी बाजू डावीकडे गेलेली दिसते आणि बाकी भाग तसाच राहतो. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय c) आहे.

19.) संभाव्यता (Probability):

- जेव्हा एखादी घटना घडण्याची किती शक्यता आहे हे आपण गणिती भाषेत सांगण्याचा प्रयत्न करतो तेव्हा त्यास गणिती भाषेत संभाव्यता असे म्हणतात.
- संभाव्यता हा घटक सोप्या पद्धतीने समजून घेण्यासाठी आपणास आधी Combination हा मुद्दा समजून घेणे गरजेचे आहे.

आपणास माहिती आहे,

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

.

.

.

म्हणून,

$$N! = n \times (n-1) \times (n-2) \dots \dots 1$$

- आता आपण खालील काही उदाहरणे बघू.

$$1) 5! / 2! = (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) / (1 \times 2) = 60$$

$$2) 5! / 3! = (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) / (3 \times 2 \times 1) = 20$$

- आता आपण एक सूत्र बघू.

जर आपणास n वस्तू मधून r वस्तू निवडून त्यांचे ग्रुप बनवायचे असतील तर असे किती ग्रुप बनणार यासाठी आपण खालील सूत्र वापरू शकतो.

$${}^n C_r = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$$

$${}^n C_1 = n, {}^n C_n = 1$$

उदाहरणार्थ:

$$1) {}^5 C_2 = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$2) {}^7 C_2 = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

$$3) {}^5 C_1 \times {}^4 C_1 / {}^9 C_2 = \frac{5 \times 4}{9 \times 8 / 2} = \frac{5}{9}$$

- अशा प्रकारे Combination या सूत्राचा वापर करून आपण संभाव्यतेची खालील उदाहरणे सोडवू शकतो.
- त्याआधी काही टीप आपण पाहून घेऊ.

टीप:

- जर उदाहरण मध्ये आणि हा शब्द येत असेल तर तिथे गुणाकार करावा लागतो.
- जर उदाहरणात किंवा हा शब्द येत असेल तर तिथे बेरीज करावी लागते.
- जर कमीत कमी एक असा शब्द येत असेल तर जास्तीत जास्त किती पण घेऊ शकतो.
- जर जास्तीत जास्त दोन येत असेल तर दोन किंवा त्यापेक्षा कमी घेऊ शकतो.

शाब्दिक उदाहरणे:

1.) एका पिशवीमध्ये जर 5 लाल आणि 3 काळे चेंडू असतील तर त्यांचा पैकी कोणतेही 2 चेंडू काढले तर

1) दोन्ही चेंडू लाल असण्याची संभाव्यता काय असेल?

a) $1/14$

b) $3/14$

c) 5/14

d) 14/5

उत्तर: c) 5/14

स्पष्टीकरण:

- इथे आपणास दोन्ही चेंडू लाल असण्याची संभाव्यता काढायची आहे. एकूण 5 लाल चेंडू असून त्यातून 2 निवडायचे आहेत (5C_2).
- तसेच, लाल आणि काळे मिळून एकूण 8 चेंडू आहेत (8C_2).
- म्हणून,
$$P(\text{दोन्ही लाल}) = \frac{{}^5C_2}{{}^8C_2}$$
$$= \frac{5 \times 4}{8 \times 7}$$
$$= \frac{5}{14}$$
- म्हणून, दोन्ही चेंडू लाल असण्याची संभाव्यता 5/14 असेल.

2) दोन्ही चेंडू काळे असण्याची संभाव्यता काय असेल?

a) 3/28

b) 5/28

c) 6/28

d) 1/28

उत्तर: a) 3/28

स्पष्टीकरण:

- इथे आपणास दोन्ही चेंडू काळे असण्याची संभाव्यता काढायची आहे.
- इथे एकूण 3 काळे चेंडू आहेत त्यापैकी आपणास 2 निवडायचे आहेत (3C_2).
- तसेच इथे लाल आणि काळे मिळून एकूण 8 चेंडू आहेत (8C_2).
- म्हणून,

- P (दोन्ही काळे) = ${}^3C_2/{}^8C_2$
 $= 3 \times 2 / 8 \times 7$
 $= 3/28$
- म्हणून दोन्ही चेंडू काळे असण्याची संभाव्यता 3/28 असेल.

3) दोन्ही पैकी एक चेंडू लाल आणि दुसरा काळा असण्याची संभाव्यता किती?

- a) 17/28
- b) 15/28
- c) 11/28
- d) 13/28

उत्तर: b) 15/28

स्पष्टीकरण:

- इथे आपणास दोन्ही चेंडू पैकी एक लाल आणि एक काळा असण्याची संभाव्यता काढायची आहे.
- आणि शब्द आल्याने आपण गुणाकार घेणार.
 5 लाल पैकी एक लाल = 5C_1
 3 काळे यापैकी एक काळा = 3C_1
- एकूण 8 पैकी दोन निवडायचे = 8C_2
 म्हणून,
- P (एक काळा आणि एक लाल) = ${}^5C_1 \times {}^3C_1 / {}^8C_2$
 $= 5 \times 3 / 8 \times 7 / 2$
 $= 15/28$
- म्हणून दोन्ही चेंडू पैकी एक लाल आणि एक काळा असण्याची संभाव्यता 15/28 असेल.

4) दोन्ही लाल किंवा दोन्ही लाल असण्याची संभाव्यता किती?

a) 5/28

b) 17/28

c) 15/28

d) 13/28

उत्तर: d) 13/28

स्पष्टीकरण :

- इथे आपणास दोन्ही लाल किंवा दोन्ही काळे असण्याची संभाव्यता काढायची आहे. किंवा शब्द आल्याने आपण बेरीज करणार आहोत.

$$5 \text{ पैकी } 2 \text{ लाल} = {}^5C_2$$

$$3 \text{ पैकी दोन्ही काळे} = {}^3C_2$$

$$8 \text{ पैकी दोन निवडल्यास} = {}^8C_2$$

म्हणून,

- $P(\text{दोन्ही लाल किंवा दोन्ही काळे}) = \frac{{}^5C_2 + {}^3C_2}{{}^8C_2}$
 $= \frac{(5 \times 4 + 3 \times 2)}{8 \times 7}$
 $= \frac{26}{56}$
 $= \frac{13}{28}$

- म्हणून, दोन्ही चेंडू लाल किंवा दोन्ही चेंडू काळे असण्याची संभाव्यता 13/28 असेल.

5) दोन्ही चेंडू पैकी एकही लाल नसण्याची संभाव्यता किती?

- a) 3/28
- b) 15/28
- c) 17/28
- d) 5/28

उत्तर: a) 3/28

स्पष्टीकरण:

- इथे आपणास दोन्ही चेंडू पैकी एकही लाल नसण्याची संभाव्यता काढायची आहे. एकही लाल नाही म्हणजेच दोन्ही काळे च असतील.

म्हणून 3 पैकी दोन काळे = 3C_2

एकूण 8 पैकी 2 चेंडू = 8C_2

म्हणून,

- दोन्ही चेंडू पैकी एकही चेंडू लाल नसण्याची म्हणजेच दोन्ही चेंडू काळे असण्याची संभाव्यता खालील प्रमाणे.
- $P(\text{दोन्ही काळे}) = \frac{{}^3C_2}{{}^8C_2} = \frac{3 \times 2}{8 \times 7} = \frac{3}{28}$
- म्हणून दोन्ही चेंडू काळे म्हणजेच दोन्ही चेंडू पैकी एकही लाल नसण्याची संभाव्यता 3/28 असेल.

6) दोन्ही चेंडू पैकी एकही काळा नसण्याची संभाव्यता किती?

- a) 15/28
- b) 5/14

c) 13/28

d) 3/14

उत्तर: b) 5/14

स्पष्टीकरण:

- इथे आपणास दोन्ही चेंडू पैकी एकही काळा नसण्याची संभाव्यता काढायची आहे. म्हणजेच दोन्ही चेंडू लाल असण्याची संभाव्यता काढायची आहे.

- म्हणून, 5 पैकी दोन्ही लाल = 5C_2

- एकूण 8 पैकी कोणतेही 2 = 8C_2

- म्हणून, दोन्ही चेंडू पैकी एकही काळा नसण्याची संभाव्यता म्हणजेच दोन्ही लाल असण्याची संभाव्यता खालील प्रमाणे.

- $P(\text{दोन्ही लाल}) = \frac{{}^5C_2}{{}^8C_2}$

$$= \frac{5 \times 4}{8 \times 7}$$

$$= \frac{5}{14}$$

- म्हणून, दोन्ही चेंडू पैकी एकही काळा नसण्याची म्हणजेच दोन्ही चेंडू लाल असण्याची संभाव्यता 5/14 असेल.

7) दोन्ही पैकी कमीत कमी एक चेंडू लाल असण्याची संभाव्यता किती?

a) 25/28

b) 13/28

c) 15/28

d) 17/28

उत्तर: a) 25/28

स्पष्टीकरण:

- इथे आपणास दोन्ही चेंडू पैकी कमीत कमी एक चेंडू लाल पाहिजे. म्हणजेच कमीत कमी एक लाल(दुसरा काळा) चालेल किंवा दोन्ही लाल असतील तरी चालेल. किंवा आल्यामुळे आपण बेरीज करू.
म्हणून,
 - कमीत कमी एक लाल = एक लाल आणि दुसरा काळा = ${}^5C_1 \times {}^3C_1$
दोन्ही लाल = 5C_2
एकूण 8 पैकी दोन = 8C_2
- म्हणून, दोन्ही चेंडू पैकी कमीत कमी एक लाल असण्याची संभाव्यता खालील प्रमाणे.
- $P(\text{कमीत कमी एक लाल}) = \frac{{}^5C_1 \times {}^3C_1 + {}^5C_2}{{}^8C_2}$
 $= \frac{(5 \times 3 + 5 \times 2)}{4 \times 7}$
 $= \frac{(15 + 10)}{28}$
 $= \frac{25}{28}$
- म्हणून, दोन्ही चेंडू पैकी कमीत कमी एक लाल चेंडू असण्याची संभाव्यता $\frac{25}{28}$ असेल.

8) दोन्ही पैकी कमीत कमी एक चेंडू काळा असण्याची संभाव्यता किती?

- a) $\frac{15}{14}$
- b) $\frac{15}{28}$
- c) $\frac{9}{28}$
- d) $\frac{9}{14}$

उत्तर: d) 9/14

स्पष्टीकरण:

- इथे आपणास कमीत कमी एक चेंडू काळा असण्याची संभाव्यता काढायची आहे. म्हणजे कमीत कमी एक काळा (दुसरा लाल) किंवा दोन्ही काळे असतील तरी चालतील.
किंवा शब्द आल्याने आपण बेरीज करू.
- कमीत कमी एक काळा आणि दुसरा लाल = ${}^5C_1 \times {}^3C_1$
दोन्ही काळे = 3C_2
एकूण 8 पैकी 2 = 8C_2
- म्हणून, कमीत कमी एक काळा असण्याची संभाव्यता खालील प्रमाणे.
- P (कमीत कमी एक काळा) = $({}^5C_1 \times {}^3C_1 + {}^3C_2) / {}^8C_2$
= $(5 \times 3 + 3 \times 1) / 4 \times 7$
= $(15 + 3) / 28$
= $18 / 28$
= $9 / 14$
- म्हणून कमीत कमी एक काळा असण्याची संभाव्यता 9/14 असेल.

2.) एका वर्गामध्ये 12 मुली आणि 15 मुले आहेत. त्यापैकी तिघांची निवड करायची असून त्यात 1 मुलगी आणि 2 मुले निवडण्याची संभाव्यता काय असेल?

- a) 14/65
- b) 15/65
- c) 24/65

d) 28/65

उत्तर: d) 28/65

स्पष्टीकरण:

- इथे एकूण 12 मुली आणि 15 मुले आहेत. त्यापैकी तिघांची समिती बनवायची आहे त्यात एक मुलगी आणि 2 मुले असावेत.
- आणि हा शब्द आल्याने आपण गुणाकार करू.
12 पैकी 1 मुलगी = $^{12}C_1$
15 पैकी 2 मुले = $^{15}C_2$
27 पैकी 3 = $^{27}C_3$
- म्हणून, एक मुलगी आणि दोन मुले निवडण्याची संभाव्यता खालील प्रमाणे.
- $P = (^{12}C_1 \times ^{15}C_2) / ^{27}C_3$
 $P = (12 \times 15 \times 7) / (27 \times 26 \times 25 / 2 \times 3)$
 $P = (12 \times 15 \times 7) / (9 \times 13 \times 25)$
 $P = 28/65$
- म्हणून, दिलेल्या उदाहरणात एक मुलगी आणि दोन मुले निवडण्याची संभाव्यता 28/65 असेल.

20.) Laws of Exponentials:

$$**1.)** A^m \times a^n = a^{(m+n)}$$

जेव्हा base सारखा असतो आणि त्यांचा गुणाकार दिलेला असतो तेव्हा power ची बेरीज केली जाते.

उदाहरण:

$$1) 2^4 \times 2^3 = 2^{(3+4)} = 2^7 = 128$$

$$2) 3^5 \times 3^3 = 3^{(3+5)} = 38$$

$$**2.)** a^m/a^n = a^m \times a^{-n} = a^{(m-n)}$$

जेव्हा दोन संख्यांचा भागाकार मध्ये base सारखा असतो तेव्हा त्यांच्या power ची वजाबाकी होते.

उदाहरण:

$$1) 2^4/2^3 = 2^4 \times 2^{-3} = 2^{(4-3)} = 2$$

$$2) 3^5/3^7 = 3^5 \times 3^{-7} = 3^{(5-7)} = 3^{-2} = 1/3^2 = 1/9$$

3.) $a^m \times b^m = (a*b)^m$

जेव्हा दोन संख्यांचा गुणाकार असतो आणि त्यात base वेगळा असून power सारखे असतात तेव्हा base चा गुणाकार घेऊन power common घेतला जातो.

उदाहरण:

$$1) 2^3 * 3^3 = (2*3)^3 = 6^3$$

$$2) 4^2 * 2^2 = (4*2)^2 = 8^2 = 64$$

4.) $a^m/b^m = (a/b)^m$

जेव्हा दोन वेगळ्या base असणाऱ्या पण सारखा power असणाऱ्या संख्यांचा भागाकार असतो तेव्हा त्या base चा भागाकार घेऊन power common घेतला जातो.

उदाहरण:

$$1) 8^3/2^3 = (8/2)^3 = 4^3 = 64$$

$$2) 9^2/3^2 = (9/3)^2 = 3^2 = 9$$

5.) $(a^m)^n = a^{(m*n)}$

जेव्हा एखाद्या संख्येला घात असतो आणि त्या पूर्ण संख्येला पुन्हा घात दिल्या जातो तेव्हा वरील नियम वापरला जातो.

उदाहरण:

$$1) (2^3)^4 = 2^{(3*4)} = 2^{12} = 212$$

$$2) (3^2)^5 = 3^{(2*5)} = 3^{10} = 310$$

$$7.) a^{1/m} = \sqrt[m]{a}$$

वरील नियम आपण खालील उदाहरण द्वारे समजून घेऊ.

उदाहरण:

$$1) (125)^{1/3} = \sqrt[3]{125} = 5$$

$$2) (25)^{1/2} = \sqrt{25} = 5$$

$$8.) a^{-m} = 1/a^m$$

वरील नियम आपण खालील उदाहरणा द्वारे समजून घेऊ.

$$1) 4^{-2} = 1/4^2 = 1/16$$

$$2) 2^{-3} = 1/2^3 = 1/8$$

$$9.) a^{m/n} = (a^m)^{1/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

वरील नियम आपण खालील उदाहरण द्वारे समजून घेऊ.

उदाहरण:

$$4^{3/2} = (4^3)^{1/2} = \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$$

10.) $a^0 = 1$, (any number)⁰ = 1

कोणत्याही संख्येचा अथवा अक्षराच power किंवा घात शून्य असेल तर उत्तर नेहमी 1 येते. ते आपण खालील उदाहरण द्वारे समजून घेऊ.

उदाहरण:

$$(33)^0 = 1, (1000)^0 = 1, (m)^0 = 1$$

शाब्दिक उदाहरणे:

1.) जर $13 = 2^x + 2^y + 2^z$ तर $(x + y + z)$ ची किंमत काय असेल?

a) 3

b) 0

c) 4

d) 5

उत्तर: d) 5

स्पष्टीकरण :

दिलेले,

$$13 = 2^x + 2^y + 2^z$$

जर आपण $x=3$, $y= 2$ आणि $z=0$ ठेवले तर वरील समीकरण संतुलित होईल.

पडताळा:

$$2^3 + 2^2 + 2^0 = 8 + 4 + 1 = 13$$

म्हणून

$$X + y + z = 3 + 2 + 0 = 5$$

2.) (((6)⁹)⁵)⁰)⁸ =?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

उत्तर: b) 1

स्पष्टीकरण :

दिलेले,

$$((((6)^9)^5)^0)^8 = (6)^{9*5*0*8} = 6^0 = 1$$

3.) खालील पैकी कोणता पर्याय सर्वात मोठी संख्या दाखवतो.

a) 2^{50}

b) 3^{40}

c) 4^{30}

d) 5^{20}

उत्तर: b) 3^{40}

स्पष्टीकरण:

आपण प्रत्येक पर्याय सोडवून बघू आणि त्यांची तुलना करू.

a) $2^{50} = 2^{(5 \times 10)} = (2^5)^{10} = 32^{10}$

b) $3^{40} = 3^{(4 \times 10)} = (3^4)^{10} = 81^{10}$

c) $4^{30} = 4^{(3 \times 10)} = (4^3)^{10} = 64^{10}$

d) $5^{20} = 5^{(2 \times 10)} = (5^2)^{10} = 25^{10}$

- आपण इथे सगळ्या संख्यांचे घात समान केलेत आणि तो घात 10 आहे. आता आपण त्या संख्यांची तुलना केली
- तर हे दिसून येईल की ज्या संख्येचा base मोठा ती संख्या मोठी असेल.
- म्हणून, 32^{10} , 81^{10} , 64^{10} , 25^{10} यापैकी सगळ्यात मोठी संख्या 81^{10} असेल. म्हणून योग्य उत्तर पर्याय b) असेल.

4.) खालील पैकी सगळ्यात मोठी संख्या कोणती?

a) 2^{500}

b) 3^{400}

c) 4^{300}

d) 5^{200}

उत्तर: b) 3^{400}

स्पष्टीकरण:

आपण आधी प्रत्येक पर्याय पूर्णपणे सोडवून घेऊ आणि आलेली उत्तरे एकमेकांशी तुलना करू.

a) $2^{500} = 2^{(5 \times 100)} = (2^5)^{100} = (32)^{100}$

b) $3^{400} = 3^{(4 \times 100)} = (3^4)^{100} = (81)^{100}$

c) $4^{300} = 4^{(3 \times 100)} = (4^3)^{100} = (64)^{100}$

d) $5^{200} = 5^{(2 \times 100)} = (25)^{100}$

वरील सर्व पर्याय यांची तुलना केली असता असे दिसून येते की त्यांचा base वेगळा असून घात सारखाच आहे. म्हणून जो base मोठा असेल ती संख्या मोठी असेल.

म्हणून, इथे उत्तर $(81)^{100} = 3^{400}$ असेल.

6.) जर $f(N) = N$ मधील सर्व अंकांची बेरीज असेल जसे की $f(137) = (1+3+7) =$

11

तर $f(2^7 3^5 5^6) = ?$

a) 10

b) 18

c) 28

d) 11

उत्तर: b) 18

स्पष्टीकरण:

दिलेले

$$F(137) = 1+3+7 = 11$$

म्हणून,

$$\begin{aligned} 2^7 3^5 5^6 &= 2 \times 3^5 \times 2^6 \times 5^6 \\ &= 2 \times 3^5 \times (2 \times 5)^6 \\ &= 2 \times 3^5 \times 10^6 \\ &= 486 \times 10^6 \\ &= 486000000 \end{aligned}$$

दिलेल्या अटी वरून,

$$F(2^7 3^5 5^6) = (4+8+6+0) = 18$$

म्हणून योग्य उत्तर पर्याय b) असेल.